1 Grundlagen

Axiome der Quantenmechanik

Ziel: Physik in Quantum computing zu elim.

kontinuierliche Quantenmodelle: formalisiert durch Evolution $U(t)$ von Zustand $\Psi(t)$

Ann. •) U -- operator

-) stetig $U(\varepsilon) = I - i\varepsilon H$ → Hamiltonian ↳ $\varepsilon > 0$ klein

-) umkehrbar

$$U(t)^T U(t) = I$$

$$\Rightarrow U(\varepsilon)\Psi(t) = \Psi(t+\varepsilon)$$

$$= \Psi(t) - i\varepsilon H \Psi(t)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Psi(t+\varepsilon) - \Psi(t)}{\varepsilon} = -i H \Psi(t)$$

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \Rightarrow \Psi'(t) = -i H \Psi(t)$$

Schrödinger Gleichung

⇝ Lösungsformel

$$\psi(p+t) = \underbrace{e^{-iHt}}_{U(t) \text{ ... unitären Operator}} \psi(p)$$

⇝ motiviert Axiome

<u>Dirac Notation</u> bra/ket Vektoren

V .. komplexer Vektorraum

statt $v \in V$ ⇝ $|v\rangle$ .. ket Vektor

falls $\underset{N}{\dim V} < \infty$ ⇝ wähle ONB

$|0\rangle, |1\rangle, \ldots, |N-1\rangle$

<u>Definition</u> <u>Quantenzustand</u> ist superposition von klass. Zuständen

$$|\phi\rangle = \alpha_0 |0\rangle + \ldots + \alpha_{N-1} |N-1\rangle$$

$\alpha_i \in \mathbb{C}$ ... Amplitude von $|i\rangle$ in $|\phi\rangle$

$\rightsquigarrow$ interpretiere $|\phi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \vdots \\ \alpha_{N-1} \end{pmatrix}$ Vektor der Amplituden

$$|\phi\rangle^H = (\overline{\alpha_0}, \dots, \overline{\alpha_{N-1}}) =: \langle\phi| \text{ ... bra Vektor}$$

$\rightsquigarrow$ inneres Produkt

$$\langle \phi, \psi \rangle =: \langle \phi | \psi \rangle = \langle \phi | \cdot | \psi \rangle$$

ab jetzt:

$V = H$ ... Hilbert Raum

(QM 1) Der Zustand eines (isolierten) quanten Systems ist durch einen Einheitsvektor ($\|\cdot\|_H = 1$) in einem komplexen Hilbertraum gegeben.

Ex. $N = 2$ $\quad |\phi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle \quad |a|^2 + |b|^2 = 1$

Def. Ein Quantensystem mit 2 dimensionalem Zustandsraum (ONB $|0\rangle, |1\rangle$) heißt qubit.

(QM2) Zusammensetzung von Systemen:

S_1 -- Zustandsraum V

S_2 -- Zustandsraum W

→ kombiniertes System: $V \otimes W$

tensor Produkt

Exkurs: Tensor Produkt von HR

V, W HR

Ziel: formale Def. von $V \otimes W$

•) Definiere „freien Vektorraum"

$\mathcal{F}(V,W)$: alle endl. Linearkomb. in $V \times W$

$$\mathcal{F}(V,W) = \left\{ \sum_{j=1}^{n} \alpha_j (v_j, w_j) : v_j \in V, w_j \in W, \alpha_j \in \mathbb{C} \right\}$$

abgeschlossen bzgl. $+, \lambda\cdot$ → VR

Anm. $(v_1, w) + (v_2, w)$ formal verschieden von $(v_1 + v_2, w)$!

•) Übertrage VR Struktur von V, W auf $\mathcal{F}(V, W)$

<u>Ziel:</u> $(v_1+v_2) \otimes w = v_1 \otimes w + v_2 \otimes w$

$v \otimes (w_1+w_2) = v \otimes w_1 + v \otimes w_2$

$c\,(v \otimes w) = (cv) \otimes w + v \otimes (cw)$

Def. Unterraum:

$$U(V,W) = \operatorname{span}\left\{ \sum_{j,k=1}^{n} \alpha_j \beta_k (v_j, w_k) - \left(\sum_{j=1}^{n} \alpha_j v_j, \sum_{k=1}^{n} \beta_k w_k \right) \right.$$

$\Rightarrow$ •) $U(V,W) \subseteq \mathcal{F}(V,W)$

•) $U(V,W) \neq \emptyset$

•) $U(V,W)$ linear

$\Rightarrow$ Äquivalenzrelation

$(v_1, w_1) \sim (v_2, w_2) \Leftrightarrow (v_1, w_1) - (v_2, w_2) \in U$

·) Betrachte $\mathcal{F}(V,W)/\sim$

Äquivalenzklasse $(v,w) \in \mathcal{F}(V,W)/\sim$

$$(v,w) =: v \otimes w$$

→ VR Struktur

·) Topologie: $\langle\cdot,\cdot\rangle_V, \langle\cdot,\cdot\rangle_W$ IP auf V,W

definiere

$$\langle v_1 \otimes w_1, v_2 \otimes w_2 \rangle := \langle v_1, v_2\rangle_V \langle w_1, w_2\rangle_W$$

ist Sesquilinearform, weil

$$b: (v_1, w_1, v_2, w_2) : (V\times W) \times (V \times W) \mapsto \langle v_1, v_2\rangle_V \langle w_1, w_2\rangle_W$$

multilinear (weil V,W HR)

$\otimes \times \otimes : (V\times W)\times(V\times W) \to (V\otimes W) \times V \otimes W)$

bilinear (nach Konstruktion)

$\Rightarrow b = \langle\cdot,\cdot\rangle \circ \otimes \times \otimes$

$\Rightarrow \langle\cdot,\cdot\rangle$ Sesquilinear

.) Definitheit: zeige $\langle \psi, \psi \rangle > 0$ für $\psi \neq 0$

Sei $\psi = \sum_i \lambda_i v_i \otimes w_i \in F/\sim$

wähle ONB $\{\varphi_i\}$ von $\mathrm{span}\{v_i\}$

$\{\psi_i\}$ von $\mathrm{span}\{w_i\}$

aus Def. der Äquivalenzklassen:

$$\psi = \sum_{j,k} \alpha_{jk} \varphi_j \otimes \psi_k$$

$$\alpha_{jk} = \sum_i \lambda_i \langle \varphi_j, v_i \rangle_V \langle \psi_k, w_i \rangle_W$$

$$\Rightarrow \langle \psi, \psi \rangle = \sum_{jk} |\alpha_{jk}|^2 \underset{\uparrow}{>} 0$$

da sonst $\alpha_{jk} = 0$ $\forall j,k \Rightarrow \psi = 0$

•) Vervollständigung von $F/\sim$

bezüglich $\|\psi\|^2 = \langle \psi, \psi \rangle$

$\rightsquigarrow V \otimes W$

Lemma Sei $\{\varphi_i\}$ ONB von V
$\{\psi_j\}$ ONB von W
$\Rightarrow \varphi_i \otimes \psi_j$ ist ONB von $V \otimes W$

Bew: Orthonormalität von Def. $\langle \cdot,\cdot \rangle$
+ ONB von V, W

da φ_i, ψ_j ONBs $\Rightarrow$ span $\{\varphi_i \otimes \psi_j\}$
dicht in $F/\sim$
$\Rightarrow$ dicht in
$V \otimes W$ $\square$

Bsp: .) $\mathbb{R}^2 \otimes \mathbb{R}^2 = \text{span}\left\{ \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \right\}$

$\Rightarrow \dim = 4$ „2-qubit State“

.) $\mathbb{R}^3 \otimes \mathbb{R}^2$ $\rightsquigarrow$ $\dim = 6$

allgemein: aus obigem Lemma:
$\dim V = n, \dim W = m \Rightarrow \dim V \otimes W = n \cdot m$
vgl.: $\dim V \times W = n + m$!

Bsp. H HR $\Rightarrow H \otimes \mathbb{C}^n = H^n = H \times \dots \times H$

Bem. Konstruktion von Tensorprodukt ist eindeutig bis auf unitäre Transform.:

falls $\bar{\otimes}$ .. sesquilineare Abb, verträglich mit $\langle \cdot, \cdot \rangle_V \langle \cdot, \cdot \rangle_W$

$\Rightarrow \exists\, U$ unitär: $V \otimes W \to V \bar{\otimes} W$

---

n-qubit System: 2^n Basis Zustände

Schreibweise $|b_1 b_2 \dots b_n\rangle := |b_1\rangle \otimes \dots \otimes |b_n\rangle$

Basis Zustände $\rightsquigarrow$ relabeln zu

$$|0\rangle, \dots, |2^n - 1\rangle$$

$\rightsquigarrow$ Register von n-qubits: superposition

$$\alpha_0 |0\rangle + \dots + \alpha_{2^n-1} |2^n - 1\rangle \qquad \sum_{j=0}^{2^n-1} |\alpha_j|^2 = 1$$

Definition Zustand $|\psi\rangle$ heißt

Produktzustand, wenn

$$|\psi\rangle = |v_1\rangle \otimes \ldots \otimes |v_n\rangle \qquad v_i \in H$$

falls nicht möglich: **verschränkter Zustand**

(auch EPR-Paar)

Bsp $\frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle$ verschränkt

„Bell state"

da $\frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle + \frac{1}{2}|11\rangle = (a|0\rangle + b|1\rangle)\cdot(c|0\rangle + d|1\rangle)$

$= ac|00\rangle + ad|01\rangle + bc|10\rangle + bd|11\rangle$

$\Rightarrow ac = bd = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \wedge \quad ad = bc = 0$

$\Downarrow$

$a \vee d = 0$

$\lightning$

$\frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|10\rangle = (\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle) \otimes |0\rangle$

Produktzustand

(QM3) Evolution eines Quantensystems geschieht nur durch unitäre Operatoren agierend am Zustandsraum

---

qubit $|\phi\rangle = \alpha_0|0\rangle + \alpha_1|1\rangle \quad |\alpha_0|^2+|\alpha_1|^2=1$

$\rightarrow U|\phi\rangle = |\psi\rangle = \beta_0|0\rangle + \beta_1|1\rangle$

damit qubit $|\beta_0|^2+|\beta_1|^2=1$

da U unitär ✓ → erhält Längen!

(QM4) Messung von Quantenzuständen: gibt nur Wahrscheinlichkeitsverteilung

Born Regel: Man sieht Zustand $|j\rangle$ mit Wahrscheinlichkeit $|\alpha_j|^2$

„Messung in Basis"

Messung ist invasiv (vgl. Schrödingers Katze)

$|\phi\rangle$ kollabiert zu klass. Zustand $|j\rangle$

<u>Projektive Messung</u> : V .. Zustandsraum

$\dim V = n < \infty$

def. P_i ... orthog. Proj. auf $V_i \subseteq V$

$i = 1, \dots, m$

mit $\sum_{j=1}^{m} P_j = I$

$P_i P_j = 0 \quad i \neq j$

$P_i P_i = P_i$

$\rightsquigarrow$ m mögliche Ergebnisse

$\rightsquigarrow$ $V \ni |\phi\rangle = \sum_{j=1}^{m} |\phi_j\rangle$ mit $|\phi_j\rangle = P_j |\phi\rangle \in V_j$

$\rightsquigarrow$ Messergebnis j mit Wahrscheinlichkeit

$\| |\phi_j\rangle \|^2 = \langle \phi | P_j P_j | \phi \rangle = \langle \phi | P_j | \phi \rangle$

und Zustand kollabiert zu

$$\frac{|\phi_j\rangle}{\| |\phi_j\rangle \|}$$

Bem. ·) Man kann nicht a priori auswählen, welche Proj. P_j angewandt wird → nur Wahrsch.! → nur V_j

·) Aber: wenn $|\phi\rangle \in V_j$ ⇝ Messung liefert j mit $P=1$

Bsp $V = \text{span}\{|0\rangle, \ldots, |N-1\rangle\}$ $V_j = |j\rangle$

⇝ Born's Regel, da

$$P_j |\phi\rangle = \alpha_j |j\rangle$$

Wahrsch. $\| P_j |\phi\rangle \|^2 = \| \alpha_j |j\rangle \|^2$

$$= |\alpha_j|^2$$

hier $P_j =: |j\rangle\langle j|$ rang 1

„Complete measurement"

Bsp Messung, die nur unterscheidet, ob $|j\rangle$ mit $j < N/2$ oder $j \geq N/2$

Projektoren

$$P_1 = \sum_{j < N/2} |j\rangle\langle j|$$

$$P_2 = \sum_{j \geq N/2} |j\rangle\langle j|$$

for $|\phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|1\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}|N\rangle$

$\rightarrow$ 1 mit Wahr. $\| P_1 |\phi\rangle \|^2 = \frac{1}{3}$

2 mit — " — $\| P_2 |\phi\rangle \|^2 = \frac{2}{3}$

„incomplete measurement"

Elementare Operationen auf qubits – gates

Definition Unitäre Operation auf kleiner Anzahl an qubits heißt „gate".

vgl. AND OR XOR für bits

---

1 qubit gates

Bit flip X („NOT") tauscht $|0\rangle, |1\rangle$

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Phase flip spiegelt $|1\rangle$

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Spezialfall von R_ϕ .. Phasengate

$$R_\phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\phi} \end{pmatrix} \qquad (Z = R_\pi)$$

rotiert $|1\rangle$ um $\phi \in [-\pi, \pi]$

$R_{\frac{\pi}{4}}$ .. T-gate

Hadamard gate

wichtigste 1 qubit Op.

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\rightsquigarrow H(|0\rangle) = H \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$$

$\rightsquigarrow$ gl. Wahrsch. für $|0\rangle, |1\rangle$

$$H = H^T = H^{-1} \Rightarrow H\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle\right) = |0\rangle$$

---

2 qubit gates

Q: Wie implementiert man a XOR b?

a\b	0	1
0	0	1
1	1	0

$(a,b) \mapsto a \text{ XOR } b$

nicht unitär!

$\rightsquigarrow$ mache $(a,b) \mapsto (a, a \text{ XOR } b)$

(a,b)	$\|00\rangle$	$\|01\rangle$	$\|10\rangle$	$\|11\rangle$
$(a, a \text{ XOR } b)$	$\|00\rangle$	$\|01\rangle$	$\|11\rangle$	$\|10\rangle$

permutation $\rightsquigarrow$ unitary

„CNOT" controlled not

$$\text{CNOT}\,|0\rangle|b\rangle = |0\rangle|b\rangle$$
$$\text{CNOT}\,|1\rangle|b\rangle = |1\rangle|1-b\rangle$$

↳ negiert 2. qubit („target qubit")
wenn 1. qubit 1 → („control qubit")

$$\text{CNOT} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Circuits

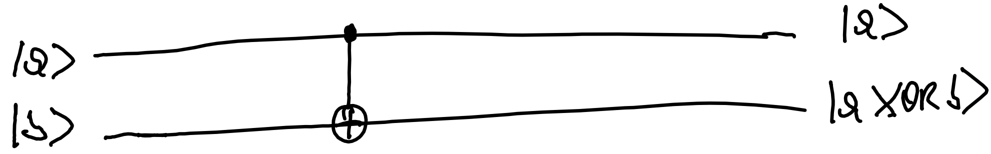
Programmierung mittels quantum circuits

klass. Computer: Boolean circuit:
endlicher gerichteten Graph mit AND, OR, NOT Operationen

$\xrightarrow{\text{input}}$ { AND, OR, NOTs } $\xrightarrow{\text{output}}$

Qu. circuit: ersetze AND, OR, NOT durch gates

Circuit diagram CNOT



---

3 qubit gate

Q: Wie geht a AND b ?

a\b	0	1
0	0	0
1	0	1

·) $(a,b) \mapsto (a, a \text{ AND } b)$ nicht bijektiv

$\rightsquigarrow$ nicht unitär

·) → nehme 3 qubits

$$|a\,b\,c\rangle \mapsto |a\,b\;c\,\text{XOR}(a \text{ AND } b)\rangle$$

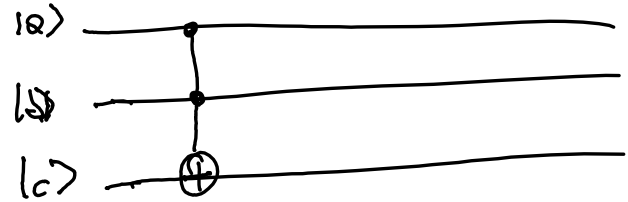
$\lvert abc\rangle$	$\lvert 000\rangle$	$\lvert 001\rangle$	$\lvert 010\rangle$	$\lvert 011\rangle$	$\lvert 100\rangle$	$\lvert 101\rangle$	$\lvert 110\rangle$	$\lvert 111\rangle$
res.	$\lvert 000\rangle$	$\lvert 001\rangle$	$\lvert 010\rangle$	$\lvert 011\rangle$	$\lvert 100\rangle$	$\lvert 101\rangle$	$\lvert 111\rangle$	$\lvert 110\rangle$

für $c = |0\rangle$ → Output $|a\, b\; a \text{ AND } b\rangle$

unitär da Permutation

extra qubit $|c\rangle$ heißt „ancilla" qubit
$\hat{=}$ Diener

⇝ CCNOT gate oder Toffoli gate



---

allgemein: U unitär, n-qubit Operation

⇝ controlled-U

$$\begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & U \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{2^{n+1}} \times \mathbb{C}^{2^{n+1}}$$

I ... Identität $\in \mathbb{R}^{2^n} \times \mathbb{R}^{2^n}$

<u>Bem</u>: Toffoli gate kann NOT realisieren $\text{Toffoli}(|11a\rangle) = |11\, 1-a\rangle$
fixiere ersten beiden Qubits

da A OR B = NOT (NOT A AND NOT B)

→ jeder klass. circuit kann durch circuit von Toffolis implementiert werden

Quanten Information

wissen bisher:

.) 2 Zustände können nur mit Wahrsch. 1 unterschieden werden, wenn sie in orthogonalen UR liegen.

.) 3 mögliche Manipulationen für $|\psi\rangle$

- (Ancilla) kenne $|A\rangle \rightsquigarrow$ kombiniere

$$|\psi\rangle|A\rangle$$

(erhöht dim. des Zustandsraums)

- (Unitäre Op.) $U|\psi\rangle$

- (Messung) $|\psi\rangle \rightsquigarrow$ kollabiert zu $|j\rangle$

Q: Wie kann information kopiert/gespeichert werden?

A: „No cloning theorem" ... starke Limitierung in Quantentheorie:

Zustände können nicht kopiert werden!

Setting: Zustandsraum H für

- 2 Quantensysteme
  - A (enth. $|\psi\rangle$ der kopiert werden soll)
  - B (enth. $|0\rangle$, Ziel der Kopie)
- 1 qu. System
  - M („Kopierer“, Zustand $|M_0\rangle$)

Ziel: Operation

$$|\psi\rangle_A |0\rangle_B |M_0\rangle_M \to |\psi\rangle_A |\psi\rangle_B |M_\psi\rangle_M$$

die für alle Zustände in A funktioniert.

Theorem Sei $S \subseteq H$ so dass S zumindest ein paar versch., nicht-orthogonalen Zustände enthält

$\Rightarrow \nexists$ unit. Op. U auf S, die alle Zustände kopieren kann

Beweis Seien $|\xi\rangle, |\eta\rangle \in S$ nicht-orth.

$\rightsquigarrow$ will $U|\xi\rangle_A|0\rangle_B|M_0\rangle_M = |\xi\rangle_A|\xi\rangle_B|M_\xi\rangle_M$

$U|\eta\rangle_A|0\rangle_B|M_0\rangle_M = |\eta\rangle_A|\eta\rangle_B|M_\eta\rangle_M$

U unitär $\Rightarrow$ erhält Skalarprod.

$$\langle |\xi\rangle|\xi\rangle|M_\xi\rangle, |\eta\rangle|\eta\rangle|M_\eta\rangle\rangle = \langle |\xi\rangle|0\rangle|M_0\rangle, |\eta\rangle|0\rangle|M_0\rangle\rangle$$

$$\langle\xi|\eta\rangle\langle\xi|\eta\rangle\langle M_\xi|M_\eta\rangle \qquad \langle\xi|\eta\rangle\underbrace{\langle 0|0\rangle}_{1\cdot 1=1}\underbrace{\langle M_0|M_0\rangle}_{1\cdot 1=1}$$

$$\Rightarrow |\langle\xi|\eta\rangle|^{\cancel{2}}|\langle M_\xi|M_\eta\rangle| = \cancel{|\langle\xi|\eta\rangle|}$$

(kürzen da $|\langle\xi|\eta\rangle| \neq 0$ wegen nicht-orth.)

Cauchy-Schwarz Ungl.:

$$|\langle M_\xi|M_\eta\rangle| \leq \underbrace{|\langle M_\xi|M_\xi\rangle|}_{=1}\,\underbrace{|\langle M_\eta, M_\eta\rangle|}_{=1}$$

$$\Rightarrow |\langle\xi|\eta\rangle| = 1$$

$\Rightarrow \xi = e^{i\phi}\eta$ kann nicht für allg. Zustände stimmen $\lightning$ $\square$

Zeitumkehr : no deleting theorem

$\nexists$ unit. Op sd.

$$U : |\psi\rangle_A |\psi\rangle_B |M_0\rangle_M \to |\psi\rangle_A |0\rangle_B |M_\psi\rangle_M$$

Lösung für Informationstransfer : Verschränkung

Bsp: Quanten Teleportation

Setting : .) Alice $\rightsquigarrow$ qubit $\alpha_0|0\rangle + \alpha_1|1\rangle =: |\alpha\rangle$

.) Bob $\rightsquigarrow$ weit entfernt, will Information von Alice qubit haben

.) A+B haben noch ein weiteres verschränktes qubit

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\underset{\text{Alice}}{0}\underset{\text{Bob}}{0}\rangle + |\underset{\text{Alice}}{1}\underset{\text{Bob}}{1}\rangle\right)$$

Q: Wie bekommt Bob die Information ohne physischen Transfer von Alice qubit?

Teleportation:

(i) 3 qubits im Spiel

1. qubit $|\alpha\rangle$
2. qubit Alice Teil von verschr. Qubit
3. qubit Bobs Teil von verschr. qubit

komb. System:

$$(\alpha_0|0\rangle + \alpha_1|1\rangle) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

(ii) Alice CNOT auf 1., 2. qubit

(iii) Alice Hadamard gate auf 1. qubit

$\Rightarrow$ CNOT: $\frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}|0\rangle(|00\rangle + |11\rangle) + \frac{\alpha_1}{\sqrt{2}}|1\rangle(|01\rangle + |11\rangle)$

Hadam.: $\frac{1}{2}\alpha_0(|0\rangle + |1\rangle)(|00\rangle + |11\rangle) +$

$\frac{1}{2}\alpha_1(|0\rangle - |1\rangle)(|10\rangle + |01\rangle)$

$$= \frac{1}{2}|00\rangle(\alpha_0|0\rangle + \alpha_1|1\rangle) +$$
$$\frac{1}{2}|01\rangle(\alpha_0|1\rangle + \alpha_1|0\rangle) +$$
$$\frac{1}{2}|10\rangle(\alpha_0|0\rangle - \alpha_1|1\rangle) +$$
$$\frac{1}{2}|11\rangle(\alpha_0|1\rangle - \alpha_1|0\rangle)$$

Alice qubits

(iv) Alice misst beide qubits

$\Rightarrow$ 4 mögliche Zustände mit $P = \frac{1}{4}$

Ergebnis:

Messung	Zustand nach Messung	
00	$\|00\rangle\ \|\alpha\rangle$	
01	$\|01\rangle\ X\|\alpha\rangle$	bitflip
10	$\|10\rangle\ Z\|\alpha\rangle$	phaseflip
11	$\|11\rangle\ XZ\|\alpha\rangle$	bit+phaseflip

(v) Alice sendet Messergebnis auf klass. Kanal zu Bob

z.B. 10

(vi) Bob sieht in obiger Tabelle nach und wendet die zugeh. Inverse transf. auf sein qubit an

für 10 $\rightsquigarrow$ Z

$\Rightarrow$ Sein qubit ist garantiert im Zustand $|\alpha\rangle$

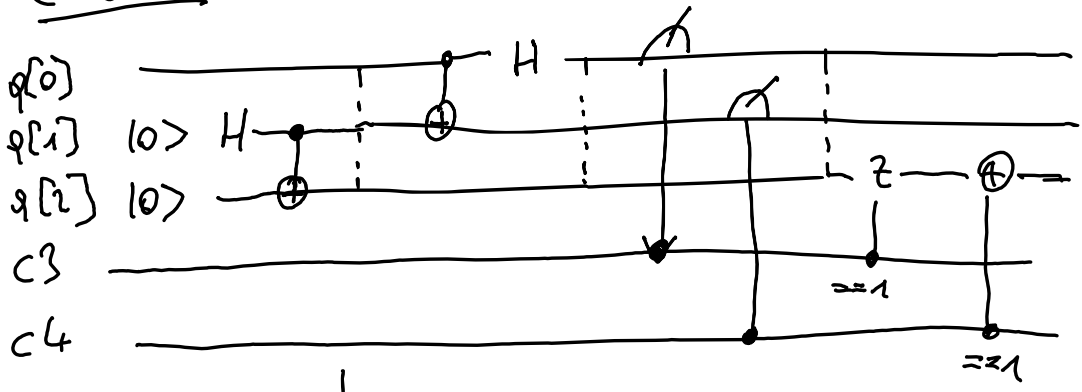
$\square$

<u>Bem.</u>: .) nicht-lokale Verbindung: physik. Prozesse im Ort zw. A/B beeinflussen nichts!

.) nur <u>Information</u> transportiert, keine Materie → kein StarTrek Beamen!

.) Alice misst ihre qubits $\rightsquigarrow$ danach Superposition weg!

Circuit



versch. Qubit erzeugt

c3, c4 klass. Zust.